

Theoretische Informatik 2

Blatt 4 (Gewertete Aufgaben)

Abgabe: Bis 11.05.2015 ins Postfach Ihrer Tutorin/Ihres Tutors

Besprechung: KW 20

1. (25%) Gegeben sei die NTM $\mathcal{A} = (\{q_0, q_1\}, \{a\}, \{a, \emptyset\}, q_0, \Delta, \{q_1\})$, wobei Δ aus folgenden Tupeln besteht:

$$\begin{array}{ccccc} (q_0, & a, & \emptyset, & r, & q_1), \\ (q_1, & a, & \emptyset, & r, & q_0), \\ (q_0, & \emptyset, & a, & n, & q_0) \end{array}$$

Das Verfahren im Beweis von Satz 12.1 liefert für \mathcal{A} eine konkrete Grammatik G mit $L(G) = L(\mathcal{A})$. Geben Sie die Ableitung von G für das Wort $aaa \in L(G)$ an.

2. (25%=10%+10%+5%) Für zwei Typ-0-Grammatiken $G_1 = (N_1, \Sigma, P_1, S_1)$ und $G_2 = (N_2, \Sigma, P_2, S_2)$ mit $N_1 \cap N_2 = \emptyset$ und $S \notin (N_1 \cup N_2)$ definieren wir

$$G_{1,2} = (N_1 \cup N_2 \cup \{S\}, \Sigma, P_1 \cup P_2 \cup \{S \rightarrow S_1, S \rightarrow S_2\}, S).$$

- a) Geben Sie konkrete Grammatiken G_1 und G_2 an, so dass $L(G_{1,2}) \neq L(G_1) \cup L(G_2)$ gilt.
- b) Eine Typ-0-Grammatik $G = (N, \Sigma, P, S)$ heißt *normalisiert*, falls für alle $(u \rightarrow v) \in P$ gilt, entweder
- $u \in N^+$ und $v \in N^*$ oder
 - $u \in N$ und $v \in \Sigma$.

Zeigen Sie, dass es zu jeder Typ-0-Grammatik G eine normalisierte Typ-0-Grammatik G' gibt mit $L(G') = L(G)$.

- c) Begründen Sie kurz, warum $L(G_{1,2}) = L(G_1) \cup L(G_2)$ falls G_1 und G_2 normalisiert sind.
3. (25%=5 × 5%) Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Geben Sie eine kurze Begründung an.
- a) Sei $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, \Delta, F)$ eine NTM und sei $w \in L(\mathcal{A})$. Dann ist jede mit $\emptyset q_0 w \emptyset$ beginnende Berechnung von \mathcal{A} endlich.

- b) Es gibt eine NTM $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, \Delta, F)$ und eine Eingabe $w \in \Sigma^*$ von \mathcal{A} , so dass für unendlich viele verschiedenen Konfigurationen k gilt $\not\vdash_{\mathcal{A}}^* k$.
- c) Es gibt einen LBA $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, \Delta, F)$ und eine Eingabe $w \in \Sigma^*$ von \mathcal{A} , so dass für unendlich viele verschiedene Konfigurationen k gilt $\not\vdash_{\mathcal{A}}^* k$.
- d) Wenn L von einem Kellerautomaten erkannt werden kann, so auch von einem LBA.
- e) Sei $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, \Delta, F)$ ein LBA und $w \in \Sigma^*$ eine Eingabe von \mathcal{A} . Dann ist jede mit $\not\vdash_{\mathcal{A}}^* w$ beginnende Berechnung von \mathcal{A} endlich.

4. (25%) Geben Sie einen LBA für die Sprache $\{a^{2^n} \mid n \geq 0\}$ an.