

4. Aufgabenblatt für die Vorlesung „Beschreibungslogik und Ontologiesprachen“

Hinweis: Bitte vor Bearbeitung der Aufgaben die **aktuellen** Folien zu Kapitel 4 herunterladen.

Aufgabe 16: 10 Punkte

Verwende den Tableau Algorithmus für \mathcal{ALC} aus der Vorlesung, um die Erfüllbarkeit der folgenden Konzepte zu prüfen:

- (a) $C_0 = \exists r.A \sqcap \exists r.B \sqcap \forall r.\exists r.A \sqcap \forall r.\forall r.\neg B$;
- (b) $C_0 = \neg((\forall r.\neg A) \sqcup (\exists r.B)) \sqcap \forall r.\neg(A \sqcap \neg B)$.

Gib an, welche Regeln in welcher Reihenfolge worauf angewendet werden.

Aufgabe 17: 10 Punkte

Zeige die Korrektheit der folgenden Reduktion von Subsumtion auf Erfüllbarkeit:

(*) für alle \mathcal{ALC} -Konzepte C und D , $C \sqsubseteq D$ gdw. $C \sqcap \neg D$ unerfüllbar.

Verwende (*), (die Konstruktion aus dem Beweis von) Theorem 2.9 aus der Vorlesung und den Tableau Algorithmus für \mathcal{ALC} Konzepte **ohne TBoxen** aus der Vorlesung, um zu entscheiden, ob $\mathcal{T} \models \exists r.A \sqsubseteq B$ (also: “ $\exists r.A$ wird subsumiert von B bzgl. \mathcal{T} ”) wobei \mathcal{T} die folgende azyklische TBox ist: $\{A \sqsubseteq A' \sqcap A'', B \sqsubseteq \exists r.A' \sqcap \exists r.A''\}$.

Aufgabe 18: 10 Punkte

Vervollständige den Beweis von Lemma 4.7 aus der Vorlesung durch Erweiterung auf die Fälle der \sqcap -Regel und der \forall -Regel. Orientiere Dich dabei an den in der Vorlesung behandelten Fällen.

Aufgabe 19: 5 Punkte

Du hast einen vollen Semesterplan und es gibt viel zu erledigen. Alle Aufgaben sind in Deinem Organizer gespeichert, zusammen mit einer Priorität zwischen 1 (niedrig) und 100 (hoch). Du arbeitest an einer Aufgabe nach der anderen, strikt in der Reihenfolge Ihrer Priorität. Während Du eine Aufgabe bearbeitest kann es sein, dass eine Reihe von Teilaufgaben zu bearbeiten sind. In diesem Fall löschst Du die momentane Aufgabe aus dem Organizer und ersetzt sie durch die Teilaufgaben. Jede davon hat strikt kleinere Priorität als die ursprüngliche Aufgabe.

Verwende eine Multimengenordnung um zu zeigen, dass Du schlussendlich alle Aufgaben erledigen wirst.

Aufgabe 20: 5 Punkte (Zusatzaufgabe)

Sei \mathcal{ALC}^- die Variante von \mathcal{ALC} , die nur über die Konstruktoren \neg, \sqcup, \sqcap verfügt (aber nicht über $\exists r.C$ und $\forall r.C$). Man kann jedes \mathcal{ALC}^- -Konzept C in eine aussagenlogische Formel φ_C wandeln, indem man

- jeden Konzeptnamen A durch eine Variable p_A ersetzt;
- \sqcup durch \vee und \sqcap durch \wedge ersetzt.

Zeige, dass C erfüllbar ist gdw. φ_C erfüllbar ist.

Hinweis: man muss hier die verschiedenen Arten von Modellen (Beschreibungslogik: Interpretationen; Aussagenlogik: Wahrheitswertzuweisungen an Variablen) ineinander übersetzen.

Aufgabe 21: 10 Punkte (Zusatzaufgabe)

Sei \mathcal{I} eine baumförmige Interpretation mit Wurzel $w \in \Delta^{\mathcal{I}}$ und sei $k \geq 0$. Die Interpretation \mathcal{I}_k ist die Beschränkung von \mathcal{I} auf Knoten der Tiefe höchstens k , also:

- $\Delta^{\mathcal{I}_k} = \{d \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid \text{die Tiefe von } d \text{ in } \mathcal{I} \text{ ist höchstens } k\}$;
- $A^{\mathcal{I}_k} = A^{\mathcal{I}} \cap \Delta^{\mathcal{I}_k}$ für alle $A \in \mathbf{N}_{\mathcal{C}}$;
- $r^{\mathcal{I}_k} = r^{\mathcal{I}} \cap (\Delta^{\mathcal{I}_k} \times \Delta^{\mathcal{I}_k})$ für alle $r \in \mathbf{N}_{\mathcal{R}}$.

Zeige, dass für alle \mathcal{ALC} -Konzepte C mit $\text{rd}(C) \leq k$ gilt: $d \in C^{\mathcal{I}}$ gdw. $d \in C^{\mathcal{I}_k}$.

Hinweis 1: formuliere zunächst eine geeignete Behauptung, die die Rollentiefe von Konzepten zur Tiefe von Knoten in \mathcal{I}_k in Verbindung bringt und die sich per Induktion über die Rollentiefe/Tiefe der Knoten beweisen lässt.

Hinweis 2: Die Wurzel ist auf Tiefe 0, deren Nachfolger auf Tiefe 1, etc.