

## 5. Aufgabenblatt für die Vorlesung „Beschreibungslogik und Ontologiesprachen“

### Aufgabe 20: 12 Punkte

Verwende den Tableau Algorithmus für  $\mathcal{ALC}$  mit generellen TBoxen aus der Vorlesung, um Erfüllbarkeit der folgenden Konzepte  $C_0$  bzgl. TBoxen  $\mathcal{T}$  zu entscheiden:

- (a)  $C_0 = A$ ,  $\mathcal{T} = \{\top \sqsubseteq \exists r.(\exists r.A) \sqcap (\forall r.A') \sqcap (\neg A \sqcup \neg A')\}$ ;
- (b)  $C_0 = A \sqcap B' \sqcap \forall r.(B \sqcap \forall r.B')$ ,  $\mathcal{T} = \{\top \sqsubseteq \exists r.A \sqcap \exists s.A\}$ .

Gib in beiden Fällen den konstruierten I-Baum an. Im Fall (b), gib das Modell aus dem Beweis von Proposition 4.16 an.

### Aufgabe 21: 12 Punkte

Verwende Typelimination, um Erfüllbarkeit der folgenden Konzepte  $C_0$  bzgl. TBoxen  $\mathcal{T}$  zu entscheiden:

- (a)  $C_0 = \forall r.\forall r.\neg B$ ,  $\mathcal{T} = \{\neg A \sqsubseteq B, A \sqsubseteq \neg B, \top \sqsubseteq \neg(\forall r.A)\}$
- (b)  $C_0 = A$ ,  $\mathcal{T} = \{\forall r.\neg A \sqsubseteq \exists r.\neg A, \top \sqsubseteq B \sqcap \forall r.B\}$ .

Gib die konstruierte Folge  $\Gamma_0, \Gamma_1, \dots$  an. Im Fall (b), gib das Modell aus dem Beweis von Proposition 5.5 an.

Hinweis: Beachte, dass die TBox erst in die Form  $\top \sqsubseteq C_{\mathcal{T}}$  gewandelt werden muss.

### Aufgabe 22: 10 Punkte

Erweitere den Typeliminationsalgorithmus aus der Vorlesung auf die Beschreibungslogik  $\mathcal{ALCI}$ , also auf  $\mathcal{ALC}$  mit inversen Rollen. Passe den Beweis von Proposition 5.5 auf den erweiterten Algorithmus an.

### Aufgabe 23: 5 Punkte (Zusatzaufgabe)

Betrachte folgende Erweiterung des Tableau Algorithmus für  $\mathcal{ALC}$  ohne TBoxen aus der Vorlesung. Die Eingabe besteht aus einem Konzept  $C_0$  und einer definitorischen TBox  $\mathcal{T}$ . Der Algorithmus soll entscheiden, ob  $C_0$  erfüllbar bzgl.  $\mathcal{T}$ . Dazu werden folgende Regeln hinzugefügt:

*TBox-Regel 1*

- Wähle  $v \in V$  und  $A \equiv C \in \mathcal{T}$  so dass  $A \in \mathcal{L}(v)$  und  $C \notin \mathcal{L}(v)$ ;
- Erweitere  $\mathcal{L}(v)$  um  $C$ .

*TBox-Regel 2*

- Wähle  $v \in V$  und  $A \equiv C \in \mathcal{T}$  so dass  $C \in \mathcal{L}(v)$  und  $A \notin \mathcal{L}(v)$ ;
- Erweitere  $\mathcal{L}(v)$  um  $A$ .

Zeige, dass der Algorithmus unvollständig ist.

Hinweis: Negation spielt hier eine wichtige Rolle.

### Aufgabe 24: 10 Punkte (Zusatzaufgabe)

Erweitere den Typeliminationsalgorithmus aus der Vorlesung auf die Beschreibungslogik  $\mathcal{ALCQ}$ , also auf  $\mathcal{ALC}$  mit Zahlenrestriktionen. Beweise werden nicht erwartet.