Theoretische Informatik 1

Gewertete Aufgaben, Blatt 3

Abgabe: Ins Postfach Ihres Tutors bis Montag, den 30.11., 24 Uhr
Besprechung: In Ihrer Übung in KW 49

---

1. (10%+10% = 20%). In dieser Aufgabe soll gezeigt werden, dass minimale NEAs nicht eindeutig sind (bis auf Isomorphie, d.h. bis auf Umbenennung ihrer Zustände). Sei $L = \{a\} \cdot \{b\}^+$.

a) Geben Sie zwei NEAs für L an, die jeweils drei Zustände haben, sich aber nicht nur durch verschiedene Zustandsnamen unterscheiden.

b) Zeigen Sie, dass es keinen NEA mit höchstens zwei Zuständen gibt, der L erkennt durch einen Widerspruchsbeweis. Dazu kann es hilfreich sein, sich nacheinander folgende Punkte klarzumachen:

(i) Welche der beiden Zustände müssten dann Endzustände sein?

(ii) Welche Möglichkeiten gäbe es, $ab \in L$ zu erkennen?

2. (10% + 10% = 20%) Sei $L = \{a\} \cdot \{b\}^+$.

a) Geben Sie vier Wörter $w_1, w_2, w_3, w_4 \in \{a, b\}^*$ an so, dass für alle $i, j \in \{1, 2, 3, 4\}$ gilt $w_i \not\simeq_L w_j$, falls $i \neq j$.

b) Geben Sie die Äquivalenzklassen von $\simeq_L$ als formale Sprachen an. Der minimale DEA, der L erkennt, ist dabei hilfreich.

3. (10% + 15% = 25%) Sei $L = (\{a\} \cdot \{b\})^* \cdot (\{a\})^+$.

a) Geben Sie eine Konstante $n_0 \geq 0$ an so, dass sich jedes Wort $w \in L$ mit $|w| \geq n_0$ zerlegen läßt in $w = xyz$ mit $y \neq \varepsilon$ und $xy^kz \in L$ für alle $k \geq 0$. Begründen Sie mittels Angabe eines NEAs, warum ihre Konstante die vorige Eigenschaft besitzt.

b) Geben Sie für drei verschiedene Wörter $w_1, w_2, w_3 \in L$ mit $|w_i| \geq n_0$ für alle $i \in \{1, 2, 3\}$ die jeweiligen Zerlegungen an.

4. (20%) Zeigen Sie durch Anwendung des einfachen Pumping-Lemmas, dass $\{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$ nicht erkennbar ist.

5. ($3 \cdot 5\% = 15\%$) Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussagen. Sie dürfen dabei Resultate aus der Vorlesung verwenden.

a) Wenn L erkennbar ist, und $L' \subseteq L$, dann ist auch L' erkennbar.

b) Wenn L endlich ist, dann ist L erkennbar.

c) Wenn $\Sigma^* \setminus L$ nicht erkennbar ist, dann ist auch L nicht erkennbar.