Prof. Carsten Lutz/Dr. Stefan Göller Wintersemester 2009/2010

Theoretische Informatik 1

Gewertete Aufgaben, Blatt 5

Abgabe: Ins Postfach Ihres Tutors bis Montag, den 11.01.10., 24 Uhr
Besprechung: In Ihrer Übung in KW 2

---

1. ($2 \cdot 10\% = 20\%$) Geben Sie für folgende Sprachen L_i jeweils eine Typ-i-Grammatik G_i an:

a) $L_3 = \{w \in \{a,b\}^* \mid aa$ ist ein Infix von w und w hat ungerade Länge $\}$

b) $L_2 = \{a^n b^{3n+4} \mid n \geq 0\}$.

2. (20%) Für ein Wort $w = a_1 \cdots a_n$ mit $a_i \in \{0,1\}$ für alle $i \in \{1,\ldots,n\}$ sei $w^R = a_n \cdots a_1$. Geben Sie für $\{xy \mid x,y \in \{0,1\}^*, |x| = |y|, x \neq y^R\}$ eine Typ-2-Grammatik mit maximal 10 Produktionen an

3. ($3 \cdot 10\% = 30\%$) Gegeben sei die Grammatik $G_0 = (\{S,T,U,V,R\},\{a,b\},P_0,S)$ mit $P_0 = \{S \longrightarrow \varepsilon, S \longrightarrow aSb, S \longrightarrow T, S \longrightarrow R, T \longrightarrow bbT, T \longrightarrow U, U \longrightarrow aaU, U \longrightarrow bbT, V \longrightarrow bSa, R \longrightarrow \varepsilon, R \longrightarrow bSa\}$. Verwenden Sie bei den folgenden Teilaufgaben die in der Vorlesung eingeführten Verfahren.

a) Konstruieren Sie eine zu G_0 äquivalente reduzierte Grammatik G_1.

b) Konstruieren Sie eine zu G_1 äquivalente ε-freie Grammatik G_2.

c) Konstruieren Sie eine zu G_2 äquivalente Grammatik G_3, die keine Produktionen der Form $A \longrightarrow B$ mit Nichtterminalsymbolen A, B enthält.

4. (10%) Sei $G = (N,\Sigma,P,S)$ mit $P = \{S \longrightarrow ABabbaBA, S \longrightarrow AABBA, A \longrightarrow aBBa, B \longrightarrow bb\}$. Verwenden Sie das Verfahren aus der Vorlesung, um aus G eine äquivalente Grammatik in Chomsky-Normalform zu berechnen.

5. ($4 \cdot 5\% = 20\%$) Seien $L = \{w \in \{a,b\}^* \mid |w|_a = |w|_b\}$ und die Grammatik $G = (\{S\},\{a,b\},P,S)$ mit $P = \{S \longrightarrow \varepsilon, S \longrightarrow SS, S \longrightarrow aSb, S \longrightarrow bSa\}$ gegeben. Beweisen Sie $L(G) = L$ in folgenden Schritten:

a) Zeigen Sie: $(S \vdash_G^* \alpha) \Longrightarrow (|\alpha|_a = |\alpha|_b)$

b) Zeigen Sie: $\forall w \forall w' : ((w = bw'a \vee w = aw'b) \wedge w \in L) \Longrightarrow w' \in L$.

c) Zeigen Sie, daß für alle $w = xw'x \in L$ mit $x \in \{a,b\}$ eine Zerlegung $w = uv$ mit $|u|,|v| \geq 1$ existiert so, daß $u,v \in L$.

d) Zeigen Sie nun $L(G) = L$.