AG Theorie der künstlichen Intelligenz
FB Mathematik und Informatik, Universität Bremen
Prof. Dr. Carsten Lutz, Dr. Thomas Schneider

Cartesium 2.59, 2.56
{clu,schneidt}@uni-bremen.de
Tel.: 0421/218-64431, -64432

4. Aufgabenblatt für die Vorlesung „Komplexitätstheorie“

Aufgabe 1: 24%

Verwende Auswertungsbäume, um zu entscheiden, ob die folgenden QBFs gültig sind:

- $\forall p_1 \exists p_2 \forall p_3 (p_2 \rightarrow (p_1 \vee p_3))$
- $\forall p_1 \exists p_2 \forall p_3 ((p_1 \vee p_2) \rightarrow p_3)$

Aufgabe 2: 26%

(a) Zeige, dass das Wortproblem für kontextfreie Grammatiken in PSpace ist: gegeben eine kontextfreie Grammatik $G = (N, P, \Sigma, S)$ und ein Wort $w \in \Sigma^*$, entscheide ob $S \vdash_G^* w$ gilt.

(b) Betrachte die folgende Variante von PSpace, in deren Definition im Gegensatz zur Version aus der Vorlesung nicht gefordert wird, dass die DTM auf jeder Eingabe anhält:

$$\text{PSpace}' := \bigcup_{i \geq 1} \{L \subseteq \Sigma^* \mid \exists \mathcal{O}(n^i)\text{-platzbeschränkte DTM } M \text{ mit } L(M) = L\}$$

Zeige, dass PSpace = PSpace$'$.

Zur Erinnerung: Eine DTM M kann auf Worten $w \in \Sigma^* \setminus L(M)$ entweder im verwerfenden Zustand anhalten oder nicht terminieren.

Aufgabe 3: 24%

Zeige, dass

(a) 2^n platzkonstruierbar ist;

(b) $\lceil \log(n) \rceil$ platzkonstruierbar ist;

(c) wenn s und s' platzkonstruierbar sind, dann auch $s + s'$ und $s \cdot s'$.

Aufgabe 4: 26%

Zeige, dass das folgende Problem in LogSpace ist: gegeben 3 natürliche Zahlen a, b, c in Form der Zeichenkette $\mathsf{bin}(a)\#\mathsf{bin}(b)\#\mathsf{bin}(c)$, entscheide, ob $a \cdot b = c$ gilt.
Hinweis: Führe Multiplikation auf wiederholte Addition zurück.

Aufgabe 5: 25% (Zusatzaufgabe)

Beweise, dass der Platzverbrauch jeder DTM um jeden konstanten Faktor reduziert werden kann. Genauer: für jede s-platzbeschränkte DTM M und Konstante c gibt es eine $\frac{1}{c} \cdot s$ - platzbeschränkte DTM M' mit $L(M) = L(M')$.
Hinweis: Vergrößere das Arbeitsalphabet.