Prof. Dr. Thomas Schneider WS 2017/18

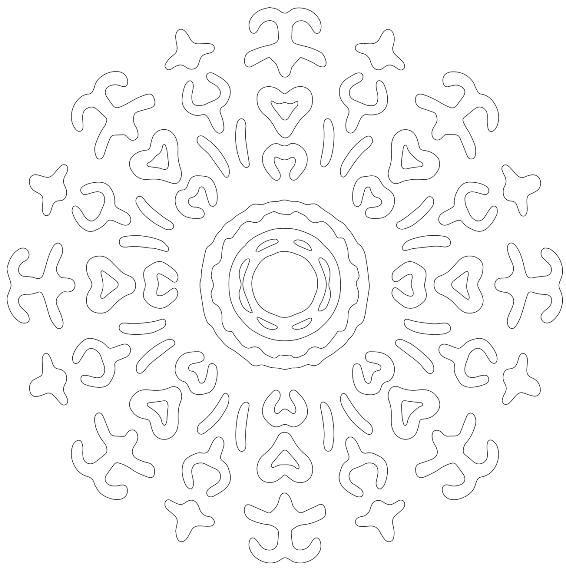
Logik

Fragebogen 14 vom 16. 1.

---

1. Wie kann man Relationsvariablen X in SO-Formeln verwenden? Man kann ...

- ☐ mit ihnen Terme bilden – z. B. $f(X)$
- ☐ mit ihnen Atome bilden – z. B. $X(f(x))$
- ☐ über sie quantifizieren – z. B. $\exists X.X(f(x))$
- ☐ mit drei davon unterschreiben – z. B. XXX



2. Wie wird eine Relationsvariable interpretiert?

- ☐ als ein Element des Universums
- ☐ als eine Menge von Elementen
- ☐ als eine Relation über dem Universum
- ☐ egal – in SO ist alles erlaubt

3. Welche Eigenschaften sind in SO ausdrückbar?

- Erreichbarkeit
- ____________________
- ____________________
- ____________________
- ____________________
- ____________________

4. Was bedeutet „monadisch“ in „MSO“?

____

Welche der Formeln in den Beispielen auf den Folien sind in MSO? Die Formeln findest Du auf der Rückseite.

____

5. Sei $\mathfrak{A}$ eine Struktur mit Universum A und $|A| = n$, β eine Zuweisung in $\mathfrak{A}$ sowie φ eine **MSO-Formel**-Formel mit $|\varphi| = k$. Betrachte den Rekursionsbaum des Aufrufs $\mathtt{ausw}(\mathfrak{A}, \beta, \varphi)$. Wie groß ist dessen ...

a) ... Tiefe?	b) ... Verzweigungsgrad?	c) ... Knotenzahl?
○ $\mathcal{O}(n)$	○ $\mathcal{O}(n)$ (FO)	○ $\mathcal{O}(nk)$
○ $\mathcal{O}(k)$ (FO)	○ $\mathcal{O}(k)$	○ $\mathcal{O}(n^k)$ (FO)
○ $\mathcal{O}(2^k)$	○ $\mathcal{O}(2^n)$	○ $\mathcal{O}(k^n)$
○ $\mathcal{O}(k^n)$	○ $\mathcal{O}(2^k)$	○ $\mathcal{O}(2^{nk})$

Zur Erinnerung ist die Antwort für den FO-Fall markiert.

Erreichbarkeit

$$\varphi_{\mathsf{REACH}}(x,y) = \forall X \Big(\big(X(x) \wedge \forall z \forall z' \, (X(z) \wedge E(z,z') \rightarrow X(z')) \big) \\ \rightarrow X(y) \Big)$$

Geradzahligkeit (EVEN)

$$\begin{aligned} \varphi_{\mathsf{EVEN}} = \exists R \big(& \forall x \exists y \, R(x,y) \vee R(y,x) \\ & \wedge \forall x \, (\, \exists y \, R(x,y) \rightarrow \neg \exists y \, R(y,x) \,) \\ & \wedge \mathsf{Func}(R) \wedge \mathsf{Func}^{-}(R) \big) \end{aligned}$$

Unendlichkeit

$$\begin{aligned} \varphi_{\infty} = \exists R \big(& \exists x \exists y \, R(x,y) \wedge \\ & \forall x \forall y \, \big(R(x,y) \rightarrow \exists z \, R(y,z) \big) \wedge \\ & \forall x \, \neg R(x,x) \wedge \\ & \forall x \forall y \forall z \, \big((R(x,y) \wedge R(y,z)) \rightarrow R(x,z) \big) \end{aligned}$$

Endlichkeit

$$\neg \varphi_{\infty}$$