Prof. Dr. Hans-Jörg Kreowski, Renate Klempien-Hinrichs
Studiengang Informatik
MZH 3260, Tel.: 2956, 3697 (Sekr.), Fax: 4322
E-Mail: {kreo, rena}@informatik.uni-bremen.de

10. April 2000
Aufgaben 1

Theoretische Informatik 1

1. Übungsblatt

Die folgenden Aufgaben beziehen sich auf Szenario 1.5 im Skript, bei dem Doppelsequenzen von Zeichenketten und deren Zusammensetzung zu Zwillingspuzzles eine Rolle spielen. In der Literatur sind diese Situationen als *Postsche Korrespondenzprobleme* und als Suche nach deren Lösungen bekannt. Ein *Postsches Korrespondenzproblem* ist also eine Zeichenkette der Form

$$--u_1-\cdots-u_k- \; -v_1-\cdots-v_k--,$$

wobei u_i und v_i für $i=1,\ldots,k$ selbst Zeichenketten sind, in denen der Bindestrich nicht vorkommt. Eine Indexfolge $i_1\cdots i_n$ mit $n\geq 1$ und $1\leq i_j\leq k$ für $j=1,\ldots,n$ bildet eine *Lösung*, falls gilt:

$$u_{i_1}u_{i_2}\cdots u_{i_n}=v_{i_1}v_{i_2}\cdots v_{i_n}.$$

1. Gib eine Lösung der Länge 5 für das folgende Postsche Korrespondenzproblem an:
$$--d-de-deh-deh-deh-deha-deha-wa-wa-wah-$$
$$-add-e-de-d-deha-eh-d-w-wah-wa--. \qquad (20\%)$$

2. Begründe, warum es unendlich viele Lösungen gibt, wenn ein Postsches Korrespondenzproblem eine Lösung besitzt. (20%)

3. Weise nach, dass das folgende Postsche Korrespondenzproblem keine Lösung besitzt:
$$--yzx-zyx-zxy-xzy-xyz-yxz-xxx-yyy-zzz-$$
$$-xyz-xzy-yzx-yxz-zxy-zyx-xx-yy-zz--. \qquad (20\%)$$

4. In dem Fall, dass der Zeichenvorrat neben dem Bindestrich nur aus einem weiteren Zeichen besteht, gibt es für ein gegebenes Postsches Korrespondenzproblem
$$--u_1-\cdots-u_k- \; -v_1-\cdots-v_k--$$
in den folgenden zwei Fällen eine Lösung:
   (a) Es gibt einen Index $i\in\{1,\ldots,k\}$, so dass u_i und v_i die gleiche Länge haben.
   (b) Es gibt Indizes $i,j\in\{1,\ldots,k\}$, so dass u_i länger ist als v_i und u_j kürzer ist als v_j.

   Sonst existiert keine Lösung.

   Diese Behauptungen sind nachzuweisen. (40%)

Prof. Dr. Hans-Jörg Kreowski, Renate Klempien-Hinrichs
Studiengang Informatik
MZH 3260, Tel.: 2956, 3697 (Sekr.), Fax: 4322
E-Mail: {kreo, rena}@informatik.uni-bremen.de

10. April 2000
Aufgaben 1

Theoretische Informatik 1

1. Übungsblatt

Die folgenden Aufgaben beziehen sich auf Szenario 1.5 im Skript, bei dem Doppelsequenzen von Zeichenketten und deren Zusammensetzung zu Zwillingspuzzles eine Rolle spielen. In der Literatur sind diese Situationen als *Postsche Korrespondenzprobleme* und als Suche nach deren Lösungen bekannt. Ein *Postsches Korrespondenzproblem* ist also eine Zeichenkette der Form

$$--u_1-\cdots-u_k- \;-v_1-\cdots-v_k--,$$

wobei u_i und v_i für $i = 1, \ldots, k$ selbst Zeichenketten sind, in denen der Bindestrich nicht vorkommt. Eine Indexfolge $i_1 \cdots i_n$ mit $n \geq 1$ und $1 \leq i_j \leq k$ für $j = 1, \ldots, n$ bildet eine *Lösung*, falls gilt:

$$u_{i_1} u_{i_2} \cdots u_{i_n} = v_{i_1} v_{i_2} \cdots v_{i_n}.$$

1. Gib eine Lösung der Länge 5 für das folgende Postsche Korrespondenzproblem an:
$$\begin{array}{c} --d-de-deh-deh-deh-deha-deha-wa-wa-wah- \\ -add-e-de-d-deha-eh-d-w-wah-wa--. \end{array}$$ (20%)

2. Begründe, warum es unendlich viele Lösungen gibt, wenn ein Postsches Korrespondenzproblem eine Lösung besitzt. (20%)

3. Weise nach, dass das folgende Postsche Korrespondenzproblem keine Lösung besitzt:
$$\begin{array}{c} --yzx-zyx-zxy-xzy-xyz-yxz-xxx-yyy-zzz- \\ -xyz-xzy-yzx-yxz-zxy-zyx-xx-yy-zz--. \end{array}$$ (20%)

4. In dem Fall, dass der Zeichenvorrat neben dem Bindestrich nur aus einem weiteren Zeichen besteht, gibt es für ein gegebenes Postsches Korrespondenzproblem
$$--u_1-\cdots-u_k- \;-v_1-\cdots-v_k--$$
in den folgenden zwei Fällen eine Lösung:
   (a) Es gibt einen Index $i \in \{1, \ldots, k\}$, so dass u_i und v_i die gleiche Länge haben.
   (b) Es gibt Indizes $i, j \in \{1, \ldots, k\}$, so dass u_i länger ist als v_i und u_j kürzer ist als v_j.

   Sonst existiert keine Lösung.

   Diese Behauptungen sind nachzuweisen. (40%)