Prof. Dr. Hans-Jörg Kreowski, Dr. Sabine Kuske
Studiengang Informatik
Linzer Str. 9a
OAS 3001, 3005
Tel.: 2956, 2335, 3697 (Sekr.), Fax: 4322
E-Mail: {kreo,kuske}@informatik.uni-bremen.de
www.informatik.uni-bremen.de/theorie

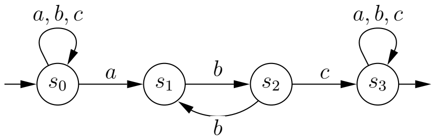
06. Dezember 2004
Aufgaben 4

Theoretische Informatik I

4. Übungsblatt

1. Konstruiere kontextfreie Grammatiken für die folgenden beiden Sprachen
   (a) Die Menge aller regulären Ausdrücke über einem Alphabet I. 15%
   (b) $\{a^i b^j c^k \mid i = j \text{ oder } j = k\}$. 15%

2. Betrachte den folgenden endlichen Automat A.



   (a) Konstruiere zu A die rechtslineare Grammatik gemäß Kapitel 10 im Skript. 10%
   (b) Beweise $s_2 \in d^*(s_2, (bb)^n)$ für alle $n \in \mathbb{N}$. (Beachte: $(bb)^0 = \lambda$.) 10%

3. Sei $G = (N, T, P, S)$ eine kontextfreie Grammatik. Ein Symbol $A \in N$ heißt *nützlich*, falls es eine Ableitung $S \xrightarrow[P]{*} uAv \xrightarrow[P]{*} w$ gibt, mit $u, v \in (N \cup T)^*$ und $w \in T^*$. Das heißt, A kommt in einer Ableitung vor, die mit dem Startsymbol beginnt und mit einem terminalen Wort endet. Andernfalls ist A *nutzlos*. Analog ist jede Regel aus P *nutzlos*, falls sie nutzlose Symbole enthält.

   Betrachte die Grammatik $G = (\{S, X, Y, Z\}, \{a, b\}, P, S)$ mit den Regeln
   $S ::= aXZS|X,\ X ::= aSXa|ZSX|a,\ Y ::= bYX|ab,\ Z ::= Za.$

   (a) Welche Regeln aus G sind nutzlos? (10%)
   (b) Bestimme die von G erzeugte Sprache $L(G)$. (10%)

4. Betrachte die kontextfreie Grammatik $G = (\{S\},\ \{a, b\},\ P, S)$ mit den Produktionen $S ::= aS \mid Sb \mid a \mid b$.

   (a) Zeige mit vollständiger Induktion über die Länge der Ableitung:
   $$S \xrightarrow[P]{k} w \text{ mit } k \geq 1 \text{ impliziert } w = a^m X b^n \text{ mit } m{+}n \geq 1 \text{ und } X \in \{S, \lambda\}.$$
   (15%)

   (b) Zeige mit vollständiger Induktion über $m + n$ $(m, n \geq 0)$:
   $$S \xrightarrow[P]{*} a^m S b^n.$$
   (15%)

   Mit a) erhält man $L(G) \subseteq \{a^m b^n \mid m + n \geq 1\}$, weil jede Ableitung in ein terminales Wort mindestens die Länge eins hat und S in einem terminalen Wort nicht vorkommt. Außerdem gilt $\{a^m b^n \mid m + n \geq 1\} \subseteq L(G)$, denn nach b) existiert für alle $m, n \geq 0$ eine Ableitung $S \xrightarrow[P]{*} a^m S b^n$. Wird S nun durch a oder b ersetzt, erhalten wir $S \xrightarrow[P]{*} a^{m+1} b^n$ oder $S \xrightarrow[P]{*} a^m b^{n+1}$.

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind spätestens in der Woche vom 03.01.2005 in den Tutorien abzugeben.