Prof. Dr. Hans-Jörg Kreowski, Sabine Kuske
Studiengang Informatik
MZH 3260, 3180 Tel.: 2956, 2335, 3697 (Sekr.), Fax: 4322
email:{kreo,kuske}@informatik.uni-bremen.de

Januar 2000
Aufgaben 5

Theoretische Informatik II

5. Übungsblatt

1. Konstruiere kontextfreie Grammatiken für die Sprachen

   (a) $L_1 = \{a^i b^j c^k \mid i = j \text{ oder } j = k\}$ (10%)

   (b) $L_2 = \{a^i b^j c^k \mid i + j = k\}$ (10%)

2. Die Grammatik $G = (\{E\}, \{+, *, (,), id\}, P, E)$ mit den Regeln

   $$E ::= E + E | E * E | (E) | id$$

   generiert eine Menge von arithmetischen Ausdrücken.

   (a) Zeige, daß es für das Wort $id + id * id$ zwei verschiedene Linksableitungen gibt. Eine solche Grammatik wird *mehrdeutig* genannt. (10%)

   (b) Gib eine *eindeutige* Grammatik G' an, die $L(G)$ erzeugt. (Beachte: eine Grammatik G heißt eindeutig, wenn jedes Wort $w \in L(G)$ nur eine Linksableitung besitzt.) (20%)

3. Für kontextfreie Sprachen L, L_1 und L_2 sind die Sprachen $L_1 \cup L_2$, $L_1 L_2$ und L^* ebenfalls kontextfrei.

   (a) Entwirf für $L_1 \cup L_2$ eine kontextfreie Grammatik. (10%)

   (b) Beweise, daß Deine Grammatik korrekt ist. (20%)

4. Sei $G = (N, T, P, S)$ eine kontextfreie Grammatik. Ein Symbol $A \in N$ heißt *nützlich*, falls es eine Ableitung $S \xrightarrow[P]{*} uAv \xrightarrow[P]{*} w$ gibt, mit $u, v \in (N \cup T)^*$ und $w \in T^*$. Das heißt, A kommt in einer Ableitung vor, die mit dem Startsymbol beginnt und mit einem terminalen Wort endet. Andernfalls ist A *nutzlos*. Analog ist jede Regel aus P *nutzlos*, die nutzlose Symbole enthält.

   Betrachte die Grammatik $G = (\{S, X, Y, Z\}, \{a, b\}, P, S)$ mit den Regeln $S ::= aXZS|X,\ X ::= aSXa|ZSX|a,\ Y ::= bYX|ab,\ Z ::= Za.$

   (a) Bestimme die von G erzeugte Sprache $L(G)$. (10%)

   (b) Welche Regeln aus G sind nutzlos? (10%)

5. Zeige, daß die Spache $L = \{a^i b^j \mid i = j^2,\ i \geq 1\}$ nicht kontextfrei ist. Benutze dabei das Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen. (20%)

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind spätestens am 03.2.2000 abzugeben.