Prof. Dr. Hans-Jörg Kreowski, Renate Klempien-Hinrichs
Studiengang Informatik
MZH 3260, Tel.: 2956, 3697 (Sekr.), Fax: 4322
E-Mail: {kreo, rena}@informatik.uni-bremen.de

20. November 2000
Aufgaben 3

Theoretische Informatik 2

3. Übungsblatt

1. Für zwei deterministische endliche Automaten $A_1 = (Z_1, I, d_1, s_1, F_1)$ und $A_2 = (Z_2, I, d_2, s_2, F_2)$ ist $A_1 \otimes A_2 = (Z_1 \times Z_2, I, d_\otimes, (s_1, s_2), F_1 \times F_2)$ der *Produktautomat* von A_1 und A_2, wobei die Zustandsüberführung $d_\otimes$ für alle $z_1 \in Z_1$, $z_2 \in Z_2$ und $a \in I$ definiert ist durch $d_\otimes((z_1, z_2), a) = (d_1(z_1, a), d_2(z_2, a))$.

   Der Automat $A_1 \otimes A_2$ erkennt genau alle Wörter, die sowohl von A_1 als auch von A_2 erkannt werden, d.h. $L(A_1 \otimes A_2) = L(A_1) \cap L(A_2)$, wie aus (b) folgt.

   (a) Konstruiere in Form eines Zustandsgraphen den Produktautomaten der unten angegebenen Automaten A_1 und A_2. (15%)

   (b) Zeige durch vollständige Induktion über die Länge der Wörter, dass für alle $w \in I^*$ gilt:
   $$d_\otimes^*((s_1, s_2), w) = (d_1^*(s_1, w), d_2^*(s_2, w)).$$
   (15%)

2. Für ein Alphabet I und eine gegebene Sprache $L \subseteq I^*$ ist

   - $\complement L = \{w \in I^* \mid w \notin L\}$ das Komplement von L und
   - $L^* = \bigcup_{i \in \mathbb{N}} L^i$ die Kleene-Hülle von L,
     wobei $L^0 = \{\lambda\}$ und $L^{i+1} = \{uv \in I^* \mid u \in L^i,\ v \in L\}$.

   (a) Konstruiere aus dem unten angegebenen Automaten A jeweils einen Automaten als Zustandsgraph, der $\complement L(A)$ bzw. $L(A)^*$ erkennt. (30%)

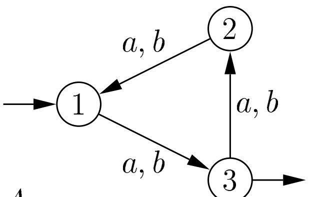
   (b) Beschreibe, wie zu einem beliebigen endlichen Automaten $A = (Z, I, d, s_0, F)$ jeweils ein Automat konstruiert werden kann, der $\complement L(A)$ bzw. $L(A)^*$ erkennt. (30%)

3. Zeige mit Hilfe des Pumping-Lemmas, dass

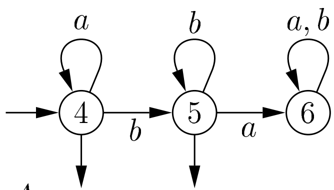
   (a) die Sprache $L_{trans} = \{w\$\,trans(w) \mid w \in \{a, b\}^*\}$ bzw. (20%)

   (b) die Sprache $L_{square} = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| = n^2 \text{ für ein } n \in \mathbb{N}\}$ (20%)

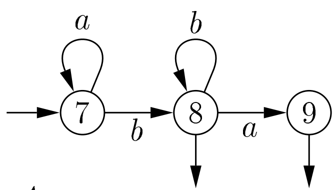
   von keinem endlichen Automaten erkannt wird.



A_1



A_2



A

Abgabe bis zum 4. Dezember 2000 in den Tutorien.