Prof. Dr. Hans-Jörg Kreowski, Renate Klempien-Hinrichs
Studiengang Informatik
MZH 3260, Tel.: 2956, 3697 (Sekr.), Fax: 4322
E-Mail: {kreo, rena}@informatik.uni-bremen.de

8. Januar 2001
Aufgaben 5

Theoretische Informatik 2

5. Übungsblatt

1. Konstruiere kontextfreie Grammatiken für die beiden folgenden Sprachen:

   (a) $L_{1/2} = \{a^i bc^j \mid i = j \text{ oder } i = 2j,\ i, j \geq 1\}$ (10%)

   (b) $L_{+=} = \{a^i b^j c^k \mid i + j = k,\ i, j, k \in \mathbb{N}\}$ (10%)

2. Eine kontextfreie Grammatik G heißt *eindeutig*, wenn jedes Wort $w \in L(G)$ nur eine Linksableitung besitzt. Andernfalls heißt G *mehrdeutig*.

   Betrachte die Grammatik $G_{expr} = (\{E\}, \{+, *, id\}, P_{expr}, E)$ mit den Regeln $E ::= E + E \mid E * E \mid id$, die eine Menge von arithmetischen Ausdrücken generiert.

   (a) Zeige anhand des Wortes $id * id + id$, dass G_{expr} mehrdeutig ist. (10%)

   (b) Zeige, dass die eindeutige Grammatik $G'_{expr} = (\{E\}, \{+, *, id\}, P'_{expr}, E)$ mit den Regeln $E ::= id + E \mid id * E \mid id$ dieselbe Sprache wie G_{expr} erzeugt. Zeige dazu im einzelnen:

      i. $L(G'_{expr}) \subseteq L(G_{expr})$. (10%)

      ii. Für jedes Wort $w \in L(G_{expr})$ gilt:
      $w = id$ oder $w = id + v$ oder $w = id * v$, wobei $v \in L(G_{expr})$ ist. (20%)

      iii. $L(G_{expr}) \subseteq L(G'_{expr})$. (10%)

3. Sei $G = (N, T, P, S)$ eine kontextfreie Grammatik, bei der S in keiner rechten Regelseite vorkommt. Sei weiter $G_* = (N, T, P_*, S)$ eine kontextfreie Grammatik, die die Regeln aus P und zusätzlich die Regeln $S ::= SS \mid \lambda$ enthält.

   Beweise, dass $L(G_*) = L(G)^*$ gilt. (30%)

4. Sei $G = (N, T, P, S)$ eine kontextfreie Grammatik. Ein Symbol $A \in N$ heißt *nützlich*, falls es eine Ableitung $S \xrightarrow[P]{*} uAv \xrightarrow[P]{*} w$ gibt, so dass $u, v \in (N \cup T)^*$ und $w \in T^*$ sind. Das heißt, A kommt in einer Ableitung vor, die mit dem Startsymbol beginnt und mit einem terminalen Wort endet. Andernfalls ist A *nutzlos*.

   Betrachte die Grammatik $G_? = (\{S, X, Y, Z\}, \{a, b\}, P_?, S)$ mit den Regeln

   $$S ::= aXYZS \mid X,\ X ::= aSXa \mid ZSX \mid a,\ Y ::= bYX \mid ab,\ Z ::= YZ \mid Za\,.$$

   (a) Bestimme die von $G_?$ erzeugte Sprache $L(G_?)$. (10%)

   (b) Konstruiere aus $G_?$ eine kontextfreie Grammatik $G_!$, die dieselbe Sprache erzeugt und nur nützliche nichtterminale Symbole hat. (10%)

Abgabe bis zum 22. Januar 2001 in den Tutorien.