

Theoretische Informatik 2

4. Übungsblatt

1. Betrachte die Grammatik $G_{riddle} = (\{A, B, C, D, S\}, \{a\}, P, S)$ mit den Regeln

$$\begin{aligned} S &::= AaBD, \quad aB ::= Baa, \quad AB ::= AC, \\ Ca &::= aC, \quad CD ::= BD, \quad A ::= \lambda, \quad BD ::= \lambda. \end{aligned}$$

Welche Sprache wird von G_{riddle} erzeugt? Bitte begründe deine Antwort. 20%

2. Entwirf eine Grammatik für die Sprache

$$TWIN = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*, w \neq \lambda\}.$$

20%

3. Die Twinshuffle-Sprache TS über dem Alphabet $A = \{0, 1, \bar{0}, \bar{1}\}$ ist wie folgt definiert:

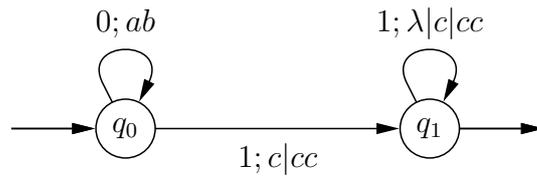
$$TS = \{w \in A^* \mid read_{01}(w) = read_{\bar{0}\bar{1}}(w)\},$$

wobei $read_{01}(\lambda) = \lambda$, $read_{01}(xw) = xread_{01}(w)$, $read_{01}(\bar{x}w) = read_{01}(w)$,
 $read_{\bar{0}\bar{1}}(\lambda) = \lambda$, $read_{\bar{0}\bar{1}}(xw) = read_{\bar{0}\bar{1}}(w)$ und $read_{\bar{0}\bar{1}}(\bar{x}w) = xread_{\bar{0}\bar{1}}(w)$ für
alle $w \in A^*$ und alle $x \in \{0, 1\}$.

Entwirf eine Grammatik für die Sprache TS . (Hinweis: Beachte die Analogie zwischen $TWIN$ und TS .) 20%

4. Ein *verallgemeinerter endlicher Automat* ist ein System $A = (Q, I, O, d, q_0, F)$ mit einer endlichen Zustandsmenge Q , einem endlichen Eingabealphabet I , einem Ausgabealphabet O , einer endlichen Zustandsüberführung $d \subseteq Q \times I \times Q \times O^*$, einem Anfangszustand $q_0 \in Q$ und einer Menge von Endzuständen $F \subseteq Q$. Bei der Verarbeitung eines Eingabewortes $u = a_1 \cdots a_n \in I^*$ durchläuft der Automat eine Zustandssequenz $q_1 \cdots q_n$ und gibt ein Ausgabewort $v = v_1 \cdots v_n$ aus mit $(q_{i-1}, a_i, q_i, v_i) \in d$ für $i = 1, \dots, n$. A übersetzt also Eingabewörter $u \in I^*$ in Ausgabewörter $v \in O^*$, wofür auch $v \in A(u)$ geschrieben wird, falls $q_n \in F$. Indem A die Wörter einer Sprache $L \subseteq I^*$ übersetzt, erhält man die übersetzte Sprache $A(L) = \{v \in O^* \mid v \in A(u), u \in L\}$.

Beispielsweise übersetzt der Automat



die Sprache $\{0, 1\}^*$ in $\{(ab)^m c^n \mid m, n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$ und die Sprache $\{0^m 1^m \mid m \in \mathbb{N}\}$ in $\{(ab)^m c^n \mid m \geq 1, 1 \leq n \leq 2m\}$.

Als Eingabesprache soll die Twinshuffle-Sprache TS verwendet werden.

Konstruiere verallgemeinerte endliche Automaten, die folgende Sprachen durch Übersetzung von TS liefern:

- | | |
|---|-----|
| (a) $\{w \in \{a, b\}^* \mid \text{count}(a, w) = \text{count}(b, w)\}$ | 10% |
| (b) $\{a^m b^n \mid 1 \leq m < n\}$ | 10% |
| (c) $TWIN$ | 10% |
| (d) $\{a^n b^{2n} c^{3n} \mid n \geq 1\}$. | 10% |

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind spätestens in der Woche vom 13.06.2005 in den Tutorien abzugeben.