Prof. Dr. Hans-Jörg Kreowski, Dr. Sabine Kuske
Studiengang Informatik
Linzer Str. 9a
OAS 3001, 3005
Tel.: 2956, 2335, 3697 (Sekr.), Fax: 4322
E-Mail: {kreo,kuske}@informatik.uni-bremen.de
www.informatik.uni-bremen.de/theorie

13. Juni 2005
Aufgaben 5

Theoretische Informatik 2

5. Übungsblatt

1. Für eine kontextfreie Grammatik $G = (N, T, P, S)$ sei die Menge $EP(G) \subseteq N \times N$ definiert durch $\cup_{i \in \mathbb{N}} EP_i(G)$ mit

   - $EP_0(G) = \{(A, A) \mid A \in N\}$ und
   - $EP_{i+1}(G) = EP_i(G) \cup \{(A, C) \in N \times N \mid (A, B) \in EP_i(G), (B ::= C) \in P\}$.

   Dann gilt $(A, B) \in EP(G)$ genau dann wenn $A \xrightarrow[P]{*} B$. Ausserdem existiert ein $m \in \mathbb{N}$, so dass $EP_m(G) = EP_{m+k}(G)$ für alle $k \in \mathbb{N}$, d.h. $EP(G)$ kann in endlichen vielen Schritten konstruiert werden.

   Eine Produktion $A ::= B$ mit $A, B \in N$ heißt *Kettenregel*. Betrachte die kontextfreie Grammatik $G' = (N, T, P', S)$ ohne Kettenregeln mit $P' = \{A ::= w \mid (A, B) \in EP(G), (B ::= w) \in P, w \notin N\}$.

   Beweise $L(G) = L(G')$, d.h.:

   (a) Zeige durch vollständige Induktion über die Länge der Ableitung:

   $$A \xrightarrow[P']{k} w \text{ impliziert } A \xrightarrow[P]{*} w \text{ für } A \in N \text{ und } w \in (N \cup T)^*.$$

   15%

   (b) Zeige durch vollständige Induktion über die Länge der Ableitung mit Hilfe des Kontextfreiheitslemmas:

   $$A \xrightarrow[P]{*} w \text{ impliziert } A \xrightarrow[P']{*} w \text{ für } A \in N \text{ und } w \in T^*.$$

   25%

2. Für eine kontextfreie Grammatik $G = (N, T, P, S)$ heißt eine Regel $(A ::= w) \in P$ *wohlgeformt*, falls $w \in T$ oder $w \in N^*$ mit $length(w) \geq 2$. Falls für jedes $(A ::= w) \in P$ gilt $w \in T$ oder $w \in N^2$, ist G in *Chomsky-Normalform*.

   (a) Konstruiere aus einer kontextfreien Grammatik $G = (N, T, P, S)$ mit ausschließlich wohlgeformten Regeln eine kontextfreie Grammatik G' in Chomsky-Normalform, derart dass $L(G') = L(G)$. (20%)

(b) Veranschauliche deine Konstruktion an der Beispielgrammatik $(\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, P, S)$ mit den Regeln $S ::= a \mid ACC \mid BCDD$, $A ::= a \mid AAC \mid SB$, $B ::= b \mid DBA \mid AB$, $C ::= b$, $D ::= a$. (10%)

3. Sei $G = (N, \{a, b\}, P, S)$ die kontextfreie Grammatik mit den nichtterminalen Zeichen $N = \{S, A, B, C, D, E, F, G, H, I\}$ und den Regeln

$$\begin{aligned}
&S ::= a \mid AE \mid BF \\
&A ::= b \mid AH \mid SB \\
&B ::= b \mid DI \mid AB \\
&C ::= b \\
&D ::= a \\
&E ::= CC \\
&F ::= CG \\
&G ::= DD \\
&H ::= AC \\
&I ::= BA.
\end{aligned}$$

Teste mit dem Cocke-Kasami-Younger-Algorithmus, ob die Wörter *abba* und *bbbaa* in $L(G)$ sind. Konstruiere dafür den Inhalt der einzelnen Zellen. Der Cocke-Kasami-Younger-Algorithmus ist als Extra-Skriptteil bei den Übungsblättern unter www.informatik.uni-bremen.de/theorie/teach/thi2/ zu finden. (30%)

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind spätestens in der Woche vom 27.06.2005 in den Tutorien abzugeben.