Prof. Dr. Hans-Jörg Kreowski, Dr. Sabine Kuske
Studiengang Informatik
Linzer Str. 9a
OAS 3001, 3005
Tel.: 2956, 2335, 3697 (Sekr.), Fax: 4322
E-Mail: {kreo,kuske}@informatik.uni-bremen.de
www.informatik.uni-bremen.de/theorie

3. Juli 2006
Aufgaben 5

Theoretische Informatik 2

5. Übungsblatt

1. Eine Sprache L wird von einer Turing-Maschine $TM = (S, A, d, s_0, F)$ erkannt, falls für alle $w \in A^*$ gilt, $w \in L$ gdw. $\lambda s_0 w \overset{*}{\longmapsto} us'v$ für geeignete $u, v \in A'^*$ und $s' \in F$. (Eine Beschreibung von Turing-Maschinen befindet sich auf der Seite `http://www.informatik.uni-bremen.de/theorie/teach/thi2/` unter Weiteres Material.)

   Enwirf Turing-Maschinen, welche die folgenden Sprachen erkennen:

   (a) $\{a^m b^n \mid m, n \geq 1\}$ (10%)

   (b) $\{w\,trans(w) \mid w \in \{a, b\}^*\}$. (20%)

   Die Turing-Maschinen sollen als Zustandsgraphen angegeben und erläutert werden.

2. Ein *Postsches Korrespondenzproblem* ist eine Zeichenkette der Form

$$--u_1 - \cdots - u_k -- v_1 - \cdots - v_k --,$$

   wobei u_i und v_i für $i = 1, \ldots, k$ selbst Zeichenketten sind, in denen der Bindestrich nicht vorkommt. Eine Indexfolge $i_1 \cdots i_n$ mit $n \geq 1$ und $1 \leq i_j \leq k$ für $j = 1, \ldots, n$ bildet eine *Lösung*, falls gilt:

$$u_{i_1} u_{i_2} \cdots u_{i_n} = v_{i_1} v_{i_2} \cdots v_{i_n}.$$

   Betrachte das folgende Postsche Korrespondenzproblem:

$$--d-de-deh-deh-deh-deha-deha-wa-wa-wah$$
$$--add-e-de-d-deha-eh-d-w-wah-wa--.$$

   (a) Gib Lösungen der Länge 3 und 5 an. (10%)

   (b) Zeige, dass es keine weiteren Lösungen bis zur Länge 5 gibt. (15%)

3. Zeige, dass es unendlich viele Lösungen gibt, wenn ein Postsches Korrespondenzproblem eine Lösung besitzt. (10%)

4. Sei $--u_1-\cdots-u_k--v_1-\cdots-v_k--$ ein gegebenes Postsches Korrespondenzproblem, dessen Zeichenvorrat neben dem Bindestrich nur aus einem weiteren Zeichen besteht.

   (a) Zeige, dass eine Lösung existiert, falls es einen Index $i \in \{1,\ldots,k\}$ gibt, so dass u_i und v_i die gleiche Länge haben. (5%)

   (b) Zeige, dass eine Lösung existiert, falls es Indizes $i, j \in \{1,\ldots,k\}$ gibt, so dass u_i länger ist als v_i und u_j kürzer ist als v_j. (10%)

   (c) Beweise mittels vollständiger Induktion die folgende Behauptung. Falls für alle $i \in \{1,\ldots,k\}$ u_i länger als v_i ist, gilt für alle nicht-leeren Indexfolgen s

   $$\mathit{length}(u(s)) > \mathit{length}(v(s)).$$

   Dabei ist $u(\lambda) = \lambda = v(\lambda)$, sowie $u(is) = u_i u(s)$ und $v(is) = v_i v(s)$. (15%)
   (In diesem Fall gibt es somit keine Lösung.)

   (d) Was gilt in den verbliebenen Fällen? (5%)

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind spätestens in der Woche vom 17.07.06 abzugeben.