Prof. Dr. Hans-Jörg Kreowski
Dr. Sabine Kuske
Studiengang Informatik
Linzer Str. 9a
OAS 3001, 3005
Tel.: 2956, 2335, 3697 (Sekr.), Fax: 4322
{kreo,kuske}@informatik.uni-bremen.de
www.informatik.uni-bremen.de/theorie

6. April 2009
Aufgaben 1

Theoretische Informatik 2

1. Übungsblatt

1. Ein *Postsches Korrespondenzproblem* ist eine Zeichenkette der Form

$$--u_1-\cdots-u_k--v_1-\cdots-v_k--,$$

wobei u_i und v_i für $i = 1, \ldots, k$ selbst Zeichenketten sind, in denen der Bindestrich nicht vorkommt. Eine Indexfolge $i_1 \cdots i_n$ mit $n \geq 1$ und $1 \leq i_j \leq k$ für $j = 1, \ldots, n$ bildet eine *Lösung*, falls $u_{i_1} u_{i_2} \cdots u_{i_n} = v_{i_1} v_{i_2} \cdots v_{i_n}$.

Betrachte das folgende Postsche Korrespondenzproblem:

$$\begin{array}{l} --d-de-deh-deh-deh-deha-deha-wa-wa-wah \\ --add-e-de-d-deha-eh-d-w-wah-wa--. \end{array}$$

(a) Gib Lösungen der Länge 3 und 5 an. (20%)

2. Warum hat das folgende Postsche Korrespondenzproblem keine Lösung?

$$\begin{array}{l} --d-mo-ing-mo-el-h-in-del-g \\ --el-mod-eli-m-i-ng-ing-od-s--. \end{array}$$

(10%)

3. Betrachte die folgende CE-S-Spezifikation:

double

opns: $double\colon A^* \to A^*$
$ins\colon A \times A^* \times A^* \to A^*$
vars: $x, y, z \in A,\ u, v, w \in A^*$
eqns: $double(\lambda) = \lambda$
$double(xw) = x\, ins(x, w, double(w))$
$ins(x, \lambda, v) = xv$
$ins(x, zu, \lambda) = \lambda$
$ins(x, zu, yv) = y\, ins(x, u, v)$

(a) Berechne $double(abc)$. (10%)

(b) Zeige die folgenden Behauptungen mittels vollständiger Induktion.

i. $ins(x, w, wv) = wxv$ für alle $x \in A$ und alle $v, w \in A^*$. (10%)

ii. $double(w) = ww$ für alle $w \in A^*$. (10%)

4. Die Operation *shuffle* sei durch folgende Spezifikation gegeben:

shuffle

opns: $\mathit{shuffle}\colon A^* \times A^* \to A^*$

vars: $x, y \in A,\ u, v \in A^*$

eqns:
$$\begin{aligned}
\mathit{shuffle}(\lambda, v) &= v \\
\mathit{shuffle}(u, \lambda) &= u \\
\mathit{shuffle}(xu, yv) &= xy\,\mathit{shuffle}(u, v)
\end{aligned}$$

Beweise die folgende Behauptung mittels vollständiger Induktion:

$$\mathit{length}(\mathit{shuffle}(u, v)) = \mathit{length}(u) + \mathit{length}(v) \text{ für alle } u, v \in A^*.$$

(20%)

5. Sei I ein endliches Alphabet und sei $Z = \{(,), +, \circ, ^*, \mathit{empty}, \mathit{lambda}\}$, so dass $Z \cap I = \emptyset$. Dann erzeugt die kontextfreie Grammatik $G = (\{S\}, I \cup Z, P, S)$ mit den Regeln $S ::= \mathit{lambda}|\mathit{empty}|x|(S+S)|(S \circ S)|(S^*)$ mit $x \in I$ die Sprache aller regulären Ausdrücke über I.

Spezifiziere in CE-S eine Operation $\mathit{recognize}\colon (I \cup Z)^* \to \mathit{BOOL}$, die für jedes Argument $w \in (I \cup Z)^*$ genau dann den Wert T liefert, wenn w ein regulärer Ausdruck über I ist. (20%)

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind spätestens in der Zeit zwischen dem 27.04. und dem 01.05.09 in den Tutorien abzugeben.