Prof. Dr. Hans-Jörg Kreowski
Dr. Sabine Kuske
Studiengang Informatik
Linzer Str. 9a
OAS 3001, 3005
Tel.: 2956, 2335, 3697 (Sekr.), Fax: 4322
{kreo,kuske}@informatik.uni-bremen.de
www.informatik.uni-bremen.de/theorie

12. April 2010
Aufgaben 1

Theoretische Informatik 2

1. Übungsblatt

1. Ein *Postsches Korrespondenzproblem* ist eine Zeichenkette der Form

$$--u_1-\cdots-u_k--v_1-\cdots-v_k--,$$

wobei u_i und v_i für $i = 1, \ldots, k$ selbst Zeichenketten sind, in denen der Bindestrich nicht vorkommt. Eine Indexfolge $i_1 \cdots i_n$ mit $n \geq 1$ und $1 \leq i_j \leq k$ für $j = 1, \ldots, n$ bildet eine *Lösung*, falls $u_{i_1}u_{i_2}\cdots u_{i_n} = v_{i_1}v_{i_2}\cdots v_{i_n}$.

Betrachte das folgende Postsche Korrespondenzproblem:

$$\begin{array}{lllllllllllll} -- & s & -\,ecid & -\,semid & -\,bl & -\,e & -\,m & -\,e & -\,abl & -\,pro & -- \\ & se & -\,midec & -\,se & -\,r & -\,able & -\,lem & -\,ob & -\,id & -\,p & --. \end{array}$$

(a) Gib alle Lösungen bis zur Länge 8 an. Zeige, dass es keine weiteren Lösungen bis zur Länge 8 gibt. (15%)

(b) Wie viele Lösungen gibt es insgesamt? Begründe Deine Antwort. (5%)

2. Sei $--u_1-\cdots-u_k--v_1-\cdots-v_k--$ ein gegebenes Postsches Korrespondenzproblem, dessen Zeichenvorrat neben dem Bindestrich nur aus einem weiteren Zeichen besteht. Zeige, dass eine Lösung existiert, falls es Indizes $i, j \in \{1, \ldots, k\}$ gibt, so dass u_i länger ist als v_i und u_j kürzer ist als v_j. (20%)

3. Betrachte die folgende CE-S-Spezifikation:

split
opns: $split\colon A^* \to A^*$
vars: $x, y \in A$, $u \in A^*$
eqns: $split(\lambda) = \lambda$
$split(x) = \lambda$
$split(xyu) = y\; split(u)$

Zeige die folgende Behauptung mittels vollständiger Induktion.

$$length(split(w)) = length(w) \operatorname{div} 2 \text{ für alle } w \in A^*.$$

(20%)

4. Die Operation *nocc* sei durch folgende CE-S-Spezifikation gegeben:

   nocc
   opns: $nocc\colon A \times A^* \to BOOL$
   vars: $x, y \in A,\ u \in A^*$
   eqns:
   $$\begin{aligned} nocc(x,\lambda) &= T \\ nocc(x,yu) &= \textit{if } x = y \textit{ then } F \textit{ else } nocc(x,u) \end{aligned}$$

   Beweise die folgende Behauptung mittels vollständiger Induktion.

   $$nocc(x,w) = T \text{ genau dann, wenn } count(x,w) = 0 \text{ für alle } x \in A, w \in A^*.$$

   (20%)

5. Spezifiziere in CE-S die Funktion $last\colon A^* \times \mathbb{N} \to A^*$, welche die ersten n Zeichen des Eingabewortes abschneidet, d.h.,

   $$last(x_1 \cdots x_k, n) = \begin{cases} x_{n+1} \cdots x_k, & \text{falls } k > n \\ \lambda \text{ sonst} \end{cases}$$

   für alle $x_1, \ldots, x_k \in A$ und $k, n \in \mathbb{N}$. (20%)

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind spätestens in der Woche vom 26.04.2010 in den Tutorien abzugeben.