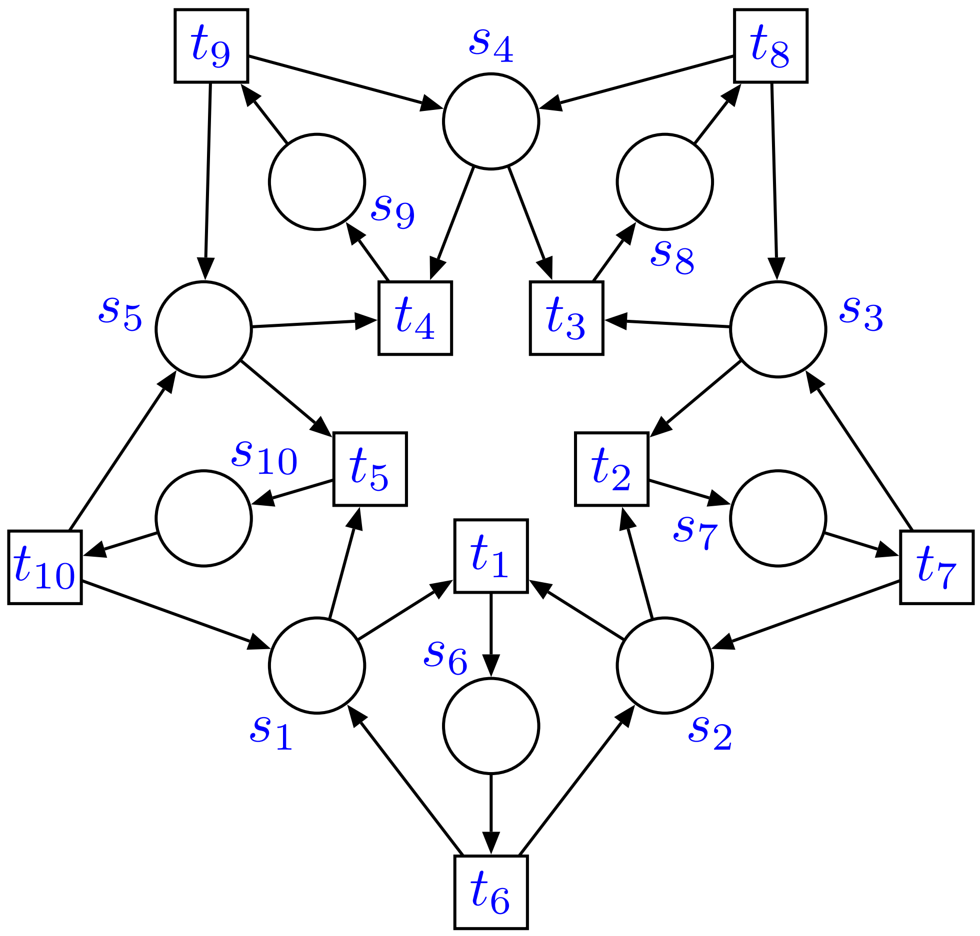
Fairnessbegriffe

http://www.informatik.uni-bremen.de/theorie/teach/petri

Renate Klempien-Hinrichs

- Abläufe
- Fairnessbegriffe
- Beziehungen unter Fairnessbegriffen

Speisende PhilosophInnen



- Gabeln:
  $s_1, \ldots, s_5$
- PhilosophIn isst:
  $s_6, \ldots, s_{10}$
- Gabeln nehmen:
  $t_1, \ldots, t_5$
- Gabeln zurücklegen:
  $t_6, \ldots, t_{10}$

Abläufe

Sei $N = (S, T, F, W, M_0)$ ein S/T-Netz und $w = (t_i)_{i \in \mathbb{N}_+}$ eine unendliche Folge von Transitionen mit $t_i \in T$.

w heißt Ablauf in N (Ausführung von N), wenn es eine mit M_0 beginnende unendliche Folge $(M_i)_{i \in \mathbb{N}}$ von Markierungen gibt mit

$$M_0\ [t_1 > M_1\ [t_2 > M_2\ [t_3 > \ldots M_i\ [t_{i+1} > M_{i+1} \ldots\ .$$

$L_\omega(N)$ bezeichnet die Menge der Abläufe in N.

Satz (Entscheidbarkeit der Existenz von Abläufen)

Für S/T-Netze N ist entscheidbar, ob $L_\omega(N) = \emptyset$ ist.

Fairnessbegriffe

Sei $N = (S, T, F, W, M_0)$ ein S/T-Netz, $T' \subseteq T$ und $w = (t_i)_{i \in \mathbb{N}_+}$ ein Ablauf in N.

(1) w heißt unparteilich (bzgl. T'), wenn jede Transition (aus T') in w unendlich oft vorkommt.

(2) w heißt verschleppungsfrei (gerecht) (bzgl. T'), wenn für jede Transition t (aus T') gilt:

wenn für fast alle $i \in \mathbb{N}$: t M_i-aktiviert,
dann kommt t in w unendlich oft vor.

(3) w heißt fair (bzgl. T'), wenn für jede Transition t (aus T') gilt:

wenn für unendlich viele $i \in \mathbb{N}$: t M_i-aktiviert,
dann kommt t in w unendlich oft vor.

Beziehungen unter den Fairnessbegriffen

Beobachtung

Sei $N = (S, T, F, W, M_0)$ ein S/T-Netz, $T' \subseteq T$ und w ein Ablauf in N.

(1) Wenn w unparteilich (bzgl. T') ist, dann ist w fair (bzgl. T').

(2) Wenn w fair (bzgl. T') ist, dann ist w gerecht (bzgl. T').

Satz

Sei N ein konfliktfreies S/T-Netz und w ein Ablauf in N.
Wenn w gerecht ist, dann ist w fair.

Satz

Sei N ein konfliktfreies, lebendiges S/T-Netz und w ein Ablauf in N.
Wenn w gerecht ist, dann ist w unparteilich.

Abläufe und T-Invarianten

Satz

Sei $N = (S, T, F, W, M_0)$ ein S/T-Netz.

(1) Wenn N eine realisierbare T-Invariante x mit $\emptyset \neq supp(x) \neq T$ hat, dann besitzt N einen parteilichen Ablauf.

(2) Sei N zusätzlich beschränkt.

Wenn N einen parteilichen Ablauf besitzt, dann hat N eine realisierbare T-Invariante x mit $\emptyset \neq supp(x) \neq T$.

Folgerung

Sei N ein beschränktes S/T-Netz.

(1) Jeder Ablauf in N ist unparteilich gdw. jede nichttriviale realisierbare T-Invariante von N überdeckt N.

(2) Wenn jede minimale T-Invariante von N schon N überdeckt, dann ist jeder Ablauf in N unparteilich.