Stellen/Transitions-Netze

http://www.informatik.uni-bremen.de/theorie/teach/petri

Renate Klempien-Hinrichs

- Stellen/Transitions-Netze
- Schalten von Transitionen
- Erreichbarkeitsgraph

Stellen/Transitions-Netze

Ein 5-Tupel $N = (S, T, F, W, M_0)$ heißt Stellen/Transitions-Netz (kurz S/T-Netz), wenn gilt:

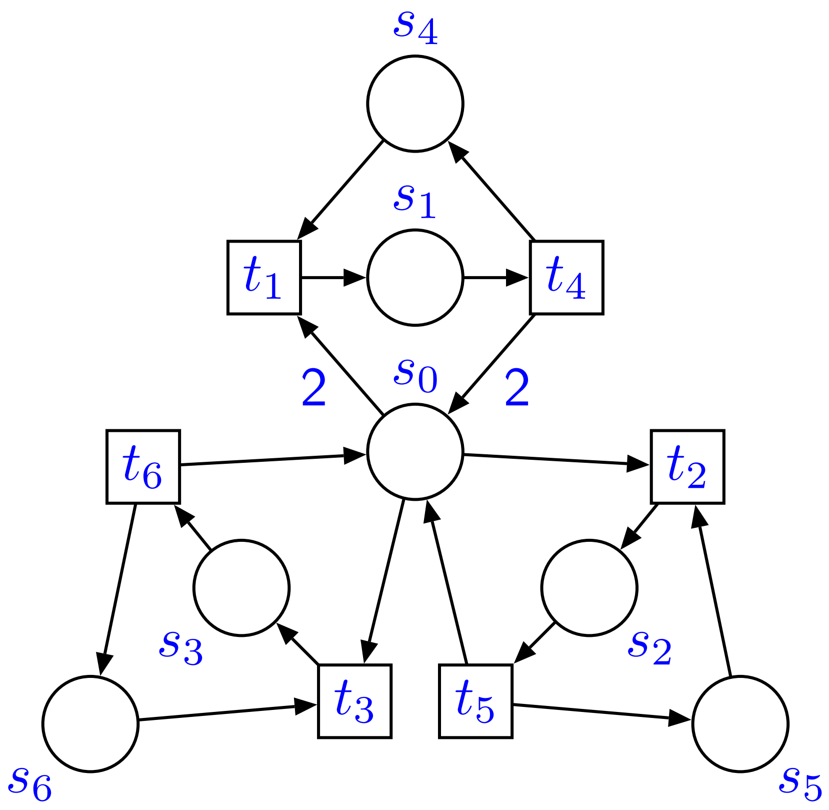
(1) (S, T, F) ist ein Netz,

(2) $W : F \longrightarrow \mathbb{N} \setminus \{0\}$ ist eine Abbildung, die jeder Kante ein Gewicht zuordnet,

(3) $M_0 : S \longrightarrow \mathbb{N}$ ist eine Markierung(sabbildung), die Anfangsmarkierung.

Beispiel: Gemeinsame Ressourcen-Nutzung

3 ProgrammiererInnen, die sich Terminals teilen



ProgrammiererIn 1 benötigt für die Arbeit 2 Terminals und gibt beim Übergang zur Pause beide wieder frei.

S/T-Netz $N = (S, T, F, W, M_0)$:

$W(s_0, t_1) = W(t_4, s_0) = 2$
$W(x, y) = 1$ sonst

$M_0(s_0) = \ldots$
$M_0(s_1) = \ldots$
$M_0(s_2) = \ldots$
$M_0(s_3) = \ldots$
$M_0(s_4) = \ldots$
$M_0(s_5) = \ldots$
$M_0(s_6) = \ldots$

Schalten von Transitionen

Sei $N = (S, T, F, W, M_0)$ ein S/T-Netz.

(1) Eine Abbildung $M : S \to \mathbb{N}$ heißt Markierung von N.

(2) Eine Transition $t \in T$ heißt aktiviert unter M bzw. M-aktiviert, in Zeichen $M\,[t\!>$, wenn gilt: $\forall s \in {}^\bullet t : M(s) \geq W(s, t)$.

(3) Eine Transition $t \in T$ schaltet von M nach M', in Zeichen $M\,[t\!> M'$, wenn t unter M aktiviert ist und M' aus M durch Entnahme von Marken aus den Eingangsstellen und Ablage von Marken auf den Ausgangsstellen gemäß der Kantengewichte entsteht:

$$M'(s) = \begin{cases} M(s) - W(s,t) & \text{falls } s \in {}^\bullet t \setminus t^\bullet \\ M(s) + W(t,s) & \text{falls } s \in t^\bullet \setminus {}^\bullet t \\ M(s) - W(s,t) + W(t,s) & \text{falls } s \in {}^\bullet t \cap t^\bullet \\ M(s) & \text{sonst} \end{cases}$$

M' heißt dann (unmittelbare) Folgemarkierung von M unter t.

Für $t \in T$ ist ${}^\bullet t = \{s \in S \mid (s,t) \in F\}$ der Vorbereich von t
und $t^\bullet = \{s \in S \mid (t,s) \in F\}$ der Nachbereich.

Folgemarkierungen

Seien $N = (S, T, F, W, M_0)$ ein S/T-Netz, $w \in T^*$ und $M, M' \colon S \to \mathbb{N}$.

(1) M' heißt Folgemarkierung von M unter w, in Zeichen $M\ [w\!>\ M'$, wenn gilt:

(a) $\big(w = \lambda$ und $M = M'\big)$ oder

(b) $\big(w = vt$ und $\exists M'' : M\ [v\!>\ M'' \wedge M''\ [t\!>\ M'\big)$.

In diesem Fall heißt w eine Schaltfolge.

(2) M' heißt erreichbar von M (in N), in Zeichen $M\ [*\!>\ M'$, wenn es eine Schaltfolge $w \in T^*$ gibt derart, dass M' Folgemarkierung von M unter w ist:

$$M\ [*\!>\ M' \iff_{\text{def}} \exists w \in T^* : M\ [w\!>\ M'.$$

M' heißt erreichbar (in N), falls M' von M_0 erreichbar ist.

(3) Die Menge der von M (in N) erreichbaren Markierungen ist:

$$R_N(M) = \{M' \mid M\ [*\!>\ M'\}.$$

Erreichbarkeitsgraph

Sei $N = (S, T, F, W, M_0)$ ein S/T-Netz.

Der Erreichbarkeitsgraph von N ist der Graph $G(N) = (V, E)$ mit

- Knotenmenge $V = \{M \mid M_0\ [*\!> M\} = R_N(M_0)$ und
- Kantenmenge $E = \{[M, t, M'] \mid M, M' \in R_N(M_0),\ t \in T,\ M\ [t\!> M'\}$.

Dabei beschreibt ein Tripel $[M, t, M']$ eine Kante vom Knoten M zum Knoten M', die mit t beschriftet ist.