Nebenläufigkeit

http://www.informatik.uni-bremen.de/theorie/teach/petri

Renate Klempien-Hinrichs

- Nebenläufigkeit
- Konfliktfreiheit

Matrizen

Sei $N = (S, T, F, W, M_0)$ ein S/T-Netz.

Definiere zu jeder Transition $t \in T$ die folgenden Abbildungen:

- $t^+ \colon S \to \mathbb{N}$ mit $t^+(s) = \begin{cases} W(t,s) & \text{falls } s \in t^\bullet \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$ für alle $s \in S$.
- $t^- \colon S \to \mathbb{N}$ mit $t^-(s) = \begin{cases} W(s,t) & \text{falls } s \in {}^\bullet t \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$ für alle $s \in S$.
- $\Delta t \colon S \to \mathbb{Z}$ mit $\Delta t(s) = t^+(s) - t^-(s)$ für alle $s \in S$.

Die Abbildung $C \colon S \times T \to \mathbb{Z}$ mit $C(s,t) = \Delta t(s)$ für alle $s \in S$ und $t \in T$ heißt (Inzidenz-)Matrix von N.

Die Abbildungen $\mathrm{B}, \mathrm{F} \colon S \times T \to \mathbb{N}$ mit $\mathrm{B}(s,t) = t^-(s)$ und $\mathrm{F}(s,t) = t^+(s)$ heißen Backward-Matrix bzw. Forward-Matrix von N. Mit ihrer Hilfe lassen sich S/T-Netze äquivalent als $N = (S, T, \mathrm{B}, \mathrm{F}, M_0)$ definieren.

Schlingen

Ein S/T-Netz $N = (S, T, F, W, M_0)$ besitzt eine Schlinge, wenn

$$\exists s \in S, t \in T : (s, t) \in F \wedge (t, s) \in F.$$

N heißt schlingenfrei (oder rein), wenn N keine Schlinge besitzt.

Bemerkung

Bei einem schlingenfreien S/T-Netz sind S, T, F und W durch die Matrix eindeutig bestimmt.

Nebenläufigkeit

Sei $N = (S, T, F, W, M_0)$ ein S/T-Netz, $U \subseteq T$ eine Menge von Transitionen und M eine Markierung von N.

(1) U heißt **nebenläufig bei** M, wenn $\forall s \in S : \sum_{t \in U} t^-(s) \leq M(s)$.

(2) U heißt **strukturell nebenläufig**, wenn U bei jeder Markierung M, unter der alle Transitionen aus U aktiviert sind, nebenläufig ist.

Eigenschaften nebenläufiger Transitionen

Beobachtung

(1) Wenn U nebenläufig bei M ist, dann ist jede Transition $t \in U$ unter M aktiviert.

(2) Wenn U nebenläufig bei M ist, dann können die Transitionen aus U bei M in beliebiger Reihenfolge geschaltet werden.

Frage

Gilt auch die Umkehrung von (2)?

Satz (Nebenläufigkeit)

Sei $N = (S, T, F, W, M_0)$ ein schlingenfreies S/T-Netz, $U \subseteq T$ eine Menge von Transitionen und M eine Markierung von N.

Wenn die Transitionen von U bei M in beliebiger Reihenfolge geschaltet werden können, dann ist U nebenläufig bei M.

Konfliktfreiheit

Sei $N = (S, T, F, W, M_0)$ ein S/T-Netz.

(1) $U \subseteq T$ heißt konfliktbehaftet bei einer Markierung M von N, wenn alle Transitionen in U unter M aktiviert sind, aber U nicht nebenläufig bei M ist.

(2) $U \subseteq T$ heißt strukturell konfliktbehaftet, wenn es eine Markierung von N gibt, bei der U konfliktbehaftet ist.

(3) N heißt konfliktfrei (oder persistent), wenn bei keiner von M_0 erreichbaren Markierung zwei Transitionen in Konflikt stehen.

(4) N heißt strukturell konfliktfrei, wenn keine Zweiermenge von Transitionen strukturell konfliktbehaftet ist.

Strukturelle Nebenläufigkeit bzw. Konfliktfreiheit

Satz (strukturelle Nebenläufigkeit)

U ist strukturell nebenläufig in N gdw.
die Vorbereiche der Transitionen aus U sind paarweise disjunkt.

Satz (strukturelle Konfliktfreiheit)

Sei $N = (S, T, F, W, M_0)$ ein S/T-Netz.

(1) Wenn N strukturell konfliktfrei ist, dann ist N konfliktfrei.

(2) N ist strukturell konfliktfrei gdw.
die Vorbereiche der Transitionen in N sind paarweise disjunkt.