Beschränktheit

http://www.informatik.uni-bremen.de/theorie/teach/petri

Renate Klempien-Hinrichs

- Beschränktheit
- Beschränktheitsproblem

Beschränktheit

Sei $N = (S, T, F, W, M_0)$ ein S/T-Netz.

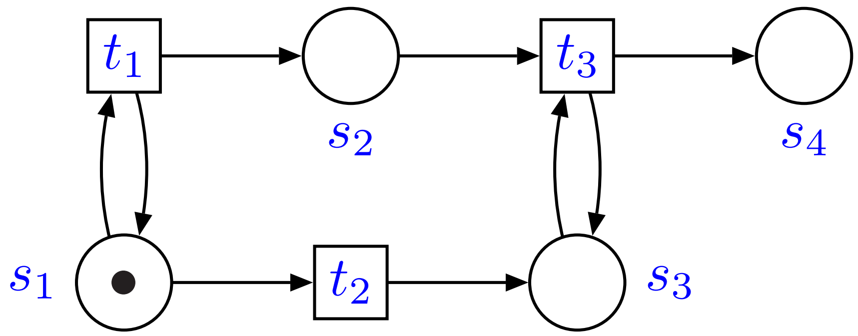
- $s \in S$ heißt k-beschränkt bei M (für ein $k \in \mathbb{N}$),
  wenn $\forall M' \in R_N(M) : M'(s) \leq k$.

- $s \in S$ heißt beschränkt bei M,
  wenn $\exists k \in \mathbb{N} : s$ ist k-beschränkt bei M.

- N heißt beschränkt bei M,
  wenn $\forall s \in S : s$ ist beschränkt bei M.

- N heißt beschränkt,
  wenn N bei M_0 beschränkt ist.

Unbeschränktes S/T-Netz



- s_1, s_3 sind 1-beschränkt bei M_0.
- s_2 ist unbeschränkt bei M_0:
  $\forall k \in \mathbb{N} : M_0 \, [t_1^{k+1} > M_{k+1}$ mit $M_{k+1}(s_2) = k + 1$.
- s_4 ist unbeschränkt bei M_0:
  $\forall k \in \mathbb{N} : M_0 \, [t_1^{k+1} \, t_2 \, t_3^{k+1} > M'_{k+1}$ mit $M'_{k+1}(s_4) = k + 1$.

Charakterisierung der (Un-)Beschränktheit

Beobachtung (Charakterisierung der Beschränktheit)

Ein S/T-Netz $N = (S, T, F, W, M_0)$ ist beschränkt gdw.
die Erreichbarkeitsmenge $R_N(M_0)$ ist endlich.

Satz (Hinreichendes Kriterium für Unbeschränktheit)

Sei $N = (S, T, F, W, M_0)$ ein S/T-Netz, $w \in T^*$ und $M, M' \in R_N(M_0)$.
Wenn $M\ [w> M'$ und $M' > M$, dann ist N unbeschränkt.

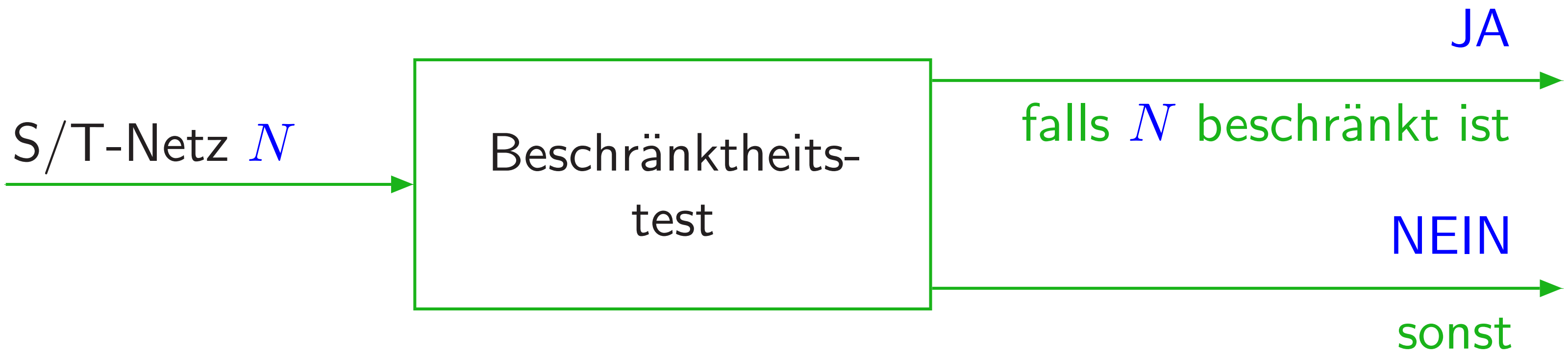
Satz (Charakterisierung der Unbeschränktheit)

Ein S/T-Netz $N = (S, T, F, W, M_0)$ ist unbeschränkt gdw.
$\exists M, M' \in R_N(M_0), w \in T^* : M\ [w> M' \wedge M' > M$.

Beschränktheitsproblem

Satz (Beschränktheitsproblem)

Das Beschränktheitsproblem für S/T-Netze ist entscheidbar.



Lösung des Beschränktheitsproblems

Eingabe: S/T-Netz $N = (S, T, F, W, M_0)$.

Idee: Tiefendurchlauf durch $G(N)$ beginnend in M_0 auf der Suche nach einem unendlichen Pfad (gerichteter Weg, in dem kein Knoten zweimal vorkommt).

Ausgabe:

JA, falls $G(N)$ vollständig durchlaufen wird, d.h. falls $R_N(M_0)$ endlich ist.

NEIN, falls ein hinreichend großes Anfangsstück eines unendlichen Pfades gefunden wird, d.h. M, M' mit $M_0\ [*{>}\ M\ [*{>}\ M'$ und $M' > M$.

Termination und Korrektheit: ergeben sich aus den Charakterisierungen der Beschränktheit bzw. der Unbeschränktheit.

Beschränktheitstest (I)


```
PROCEDURE Beschraenkt;
    VAR R: Markierungsmenge;  E: Kantenmenge;
        Vor: FUNCTION(Markierung): Markierung;
    PROCEDURE Bearbeite(M: Markierung);
        (siehe nächste Folie)
    END Bearbeite;
BEGIN R := {M0}; E := ∅; Vor(M0) := NIL;
      Bearbeite(M0);
      WriteString(„Das Netz ist beschränkt.“);
END Beschraenkt;
```

Die Funktion Vor liefert zu einer Markierung $M \neq M_0$ die Vorgängermarkierung (also die Markierung, von der aus M konstruiert wurde) und zur Markierung $M = M_0$ (der Anfangsmarkierung) NIL.

Beschränktheitstest (II)


```
PROCEDURE Bearbeite(M: Markierung);
VAR M', M*: Markierung;  t: Transition;  Act: Transitionsmenge;
BEGIN Act := {t | t⁻ ≤ M};
      FOR t ∈ Act DO
          M' := M + Δt;
          IF M' ∈ R
          THEN E := E ∪ {[M, t, M']}
          ELSE M* := M;
               WHILE (M* ≠ NIL) AND NOT (M* ≤ M') DO
                   M* := Vor(M*);
               END;
               IF M* = NIL
               THEN R := R ∪ {M'}; E := E ∪ {[M, t, M']};
                      Vor(M') := M; Bearbeite(M')
               ELSE WriteString(„Das Netz ist unbeschränkt.“);
                      HALT;
               END;
          END;
      END;
END Bearbeite;
```