

3. Übungsblatt

Ausgabe: 06.05.21**Abgabe:** 11.05.21 10:00

Dieses Übungsblatt ist ein PDF-Formular. Bitte in einem PDF-Viewer Ihrer Wahl ausfüllen, abspeichern und in Ihrem Gitlab-Abgabe-Repository committen. Alternativ können Sie die Lösungen in der Markdown-Datei `uebung-XX.md` eintragen und diese committen.

Gruppe:

Name:

Matrikelnummer:

Name:

Matrikelnummer:

Name:

Matrikelnummer:

3.1 Eigenschaften von arithmetischen Ausdrücken

Wir definieren die Funktion `Vars` auf arithmetischen Ausdrücken, welche die Menge der in einem arithmetischen Ausdruck enthaltenen Programmvariablen liefert:

$$\begin{aligned} \text{Vars}(x) &\stackrel{\text{def}}{=} \{x\} & x \in \mathbf{Loc} \\ \text{Vars}(n) &\stackrel{\text{def}}{=} \emptyset & n \in \mathbf{Z} \\ \text{Vars}(a_1 \oplus a_2) &\stackrel{\text{def}}{=} \text{Vars}(a_1) \cup \text{Vars}(a_2) & \oplus \in \{+, -, \times, /\} \end{aligned}$$

(a) Seien $x, y, z \in \mathbf{Loc}$. Berechnen Sie die Menge der Programmvariablen der folgenden arithmetischen Ausdrücke:

$$\text{Vars}(x + 3 * y) = \tag{1}$$

$$\text{Vars}((z * 2) / x) = \tag{2}$$

(b) Folgende Eigenschaft soll für arithmetische Ausdrücke gelten:

$$\forall a \in \mathbf{AExp}. \forall \sigma \in \Sigma. \forall n \in \mathbf{Z}. \langle a, \sigma \rangle \rightarrow_{Aexp} n \implies \text{Vars}(a) \subseteq \text{dom}(\sigma) \tag{3}$$

Was bedeutet diese Eigenschaft (in natürlicher Sprache)?

3.2 *Eigenschaften von booleschen Ausdrücken*

Wir erweitern jetzt die Funktion `Vars` auf boolesche Ausdrücke wie folgt:

$$\begin{aligned} \text{Vars}(\mathbf{1}) &\stackrel{\text{def}}{=} \text{Vars}(\mathbf{0}) \stackrel{\text{def}}{=} \emptyset \\ \text{Vars}(a_1 \oplus a_2) &\stackrel{\text{def}}{=} \text{Vars}(a_1) \cup \text{Vars}(a_2) & \oplus \in \{==, <=\}, a_1, a_2 \in \mathbf{AExp} \\ \text{Vars}(b_1 \oplus b_2) &\stackrel{\text{def}}{=} \text{Vars}(b_1) \cup \text{Vars}(b_2) & \oplus \in \{\&\&, ||\}, b_1, b_2 \in \mathbf{BExp} \\ \text{Vars}(!b) &\stackrel{\text{def}}{=} \text{Vars}(b) & b \in \mathbf{BExp} \end{aligned}$$

(a) Seien $x, y, z \in \mathbf{Loc}$. Berechnen Sie die Menge der Programmvariablen der folgenden booleschen Ausdrücke:

$$\text{Vars}(x + 3 * y == z + 5) = \tag{4}$$

$$\text{Vars}(x <= 2 * y \&\& 2 * z <= x) = \tag{5}$$

(b) Wir betrachten wieder eine Eigenschaft, diesmal für boolesche Ausdrücke:

$$\forall b \in \mathbf{BExp}. \forall \sigma \in \Sigma. \forall t \in \{true, false\}. \langle b, \sigma \rangle \rightarrow_{BExp} t \implies \text{Vars}(b) \subseteq \text{dom}(\sigma) \tag{6}$$

Was bedeutet diese Eigenschaft?

(c) Widerlegen Sie Eigenschaft (6), indem Sie ein Gegenbeispiel angeben.

3.3 *Eigenschaften von Programmen*

Betrachten Sie folgende spezielle Eigenschaft von C0-Programmen:

$$\forall c \in \mathbf{Stmt}. \forall x \in \mathbf{Loc}. \forall \sigma, \sigma' \in \Sigma. (x \in \mathit{dom}(\sigma) \wedge \langle c, \sigma \rangle \rightarrow_{\mathit{Stmt}} \sigma') \implies x \in \mathit{dom}(\sigma') \quad (7)$$

(a) Was bedeutet diese Eigenschaft?

(b) Geben Sie eine Beweisskizze für Eigenschaft (7) an. Die Beweisskizze sollte angeben, welche Beweismethode (Induktion (welche, worüber?)) genutzt wird.