

3. Übungsblatt

Ausgabe: 18.04.24

Abgabe: 24.04.24 10:00

Die Lösungen bitte in der Vorlage `uebung-03.md` eintragen und diese in Eurem KSGM-Repository rechtzeitig committen und hochladen.

3.1 Denotationale Semantik von Programmen

In der Vorlesung wurde die denotationale Semantik von C0 eingeführt. Wir wollen die denotationale Semantik $\llbracket p \rrbracket_C$ für folgendes C0-Programms p ausrechnen. Die denotationale Semantik wollen wir als Funktionsgraphen angeben, d.h. als Menge von Wertepaaren.

```

1 while (0 < x) {
2   if (2*(x/2) == x) {
3     r = 2*r;
4   } else {
5     r = 3*r;
6   }
7   x = x-1;
8 }

```

Die Berechnung der Semantik erfolgt in zwei Schritten: zuerst berechnen wir die Semantik des Schleifenrumpfes (Zeile 2-7), und dann die Semantik der ganzen Schleife.

- (a) Berechnen Sie zuerst die denotationale Semantik für den Schleifenrumpfes, indem sie Zuordnung für Wertepaare die konkreten Werte $x = 0, 1, \dots, 6$ und einen symbolischen Wert von r angeben (die erste Zeile ist schon ausgefüllt):

x	r	x	r
0	r	-1	$2r$
1	r	___	_____
2	r	___	_____
3	r	___	_____
4	r	___	_____
5	r	___	_____
6	r	___	_____

- (b) Geben Sie jetzt eine geschlossene symbolische Beschreibung¹ der Semantik des Schleifenrumpfes an:

$$\llbracket c \rrbracket_C = (s, s') \text{ mit } \begin{aligned} s'(x) &= ? \\ s'(r) &= ? \end{aligned}$$

- (c) Berechnen Sie die denotationale Semantik für die "Auffaltung" der while-Schleife für die konkreten Werte $x = 0, 1, \dots, 6$ in der folgenden Tabelle (dort fehlt natürlich der Eintrag $\Gamma^0(s)$, der immer nur die leere

¹Eine Formel, welche die Werte von x und r nach der Ausführung des Rumpfes unter Nutzung der Werte $s(x)$ und $s(r)$ vor der Ausführung des Rumpfes angibt.

Relation ergibt.) Als Symbol für \perp können Sie einfach $-$ verwenden.

s	$\Gamma^1(s)$	$\Gamma^2(s)$	$\Gamma^3(s)$	$\Gamma^4(s)$
$x \ r$	$x \ r$	$x \ r$	$x \ r$	$x \ r$
$0 \ r$	— —	— —	— —	— —
$1 \ r$	— —	— —	— —	— —
$2 \ r$	— —	— —	— —	— —
$3 \ r$	— —	— —	— —	— —
$4 \ r$	— —	— —	— —	— —
$5 \ r$	— —	— —	— —	— —
$6 \ r$	— —	— —	— —	— —

s	$\Gamma^5(s)$	$\Gamma^6(s)$	$\Gamma^7(s)$
$x \ r$	$x \ r$	$x \ r$	$x \ r$
$0 \ r$	— —	— —	— —
$1 \ r$	— —	— —	— —
$2 \ r$	— —	— —	— —
$3 \ r$	— —	— —	— —
$4 \ r$	— —	— —	— —
$5 \ r$	— —	— —	— —
$6 \ r$	— —	— —	— —

(d) Geben Sie jetzt eine geschlossene symbolische Beschreibung der Semantik der Schleife an:

$$\llbracket w \rrbracket_C = (s, s') \text{ mit } \begin{matrix} s'(x) = ? \\ s'(r) = ? \end{matrix}$$